Quelques outils pour la commande des robots à pattes

C. Chevallereau
IRCCyN, Ecole Centrale de Nantes, Université de Nantes, UMR CNRS 6597
BP 92101, 1 rue de la Noë, 44321 Nantes cedex 3, France
Christine.Chevallereau@irccyn.ec-nantes.fr

Résumé

La commande d'un robot à pattes se distingue de la commande d'un robot manipulateur à cause des particularités suivantes : les différentes phases du mouvement sont décrites par des modèles différents (simple appui, double appui, vol ...) ; l'impact est décrit par une discontinuité sur les vitesses du robot, le contact avec le sol est unilatéral, la recherche d'une marche cyclique se traduit par une convergence vers un mouvement cyclique. Compte tenu de ces différences, des approches spécifiques existent. Cette présentation insistera sur les deux outils suivant et leur utilisation à travers quelques exemples : le Zéro Moment Point ZMP, largement utilisées sur les prototypes japonais ; et l'application de Poincaré de premier retour utilisée dans les analyses de stabilité.

Mots Clef

Zero Moment Point, Système hybride, Stabilité, Poincaré

1 Introduction

On distingue deux grandes classes de robots marcheurs, les robots à allure dite statiquement stable et les autres (dites dynamiquement stable). La première catégorie correspond à des robots qui se déplace suffisamment lentement pour que les effets dynamiques puissent être négligés. Une configuration du robot est dite stable si le centre de masse se projette dans le polygone convexe défini par les empreintes de pied au sol. Ces allures concernent souvent des robots qui ont toujours plus de trois pieds en contact avec le sol. Nous nous limiterons dans cette présentation au cas des allures qui ne sont pas statiquement stables. Les effets dynamiques ne sont pas négligeables. Ces études s'appuient sur le modèle dynamique du robot.

Dans la locomotion à pattes, les contacts avec le sol sont intermittents, selon le nombre et le type de contact, les caractéristiques du système à commander diffèrent pour aller de la redondance au sous-actionnement. Une présentation rapide de la modélisation dynamique des robots marcheurs sera faite en section 2. L'intermittence des contacts a aussi pour conséquence une commutation entre les modèles du robot. Les levées des pieds peuvent être choisies (par une brusque variation de couple). Par contre, les posées des pieds ne sont pas choisis, ils sont liés à la hauteur du pied en transfert et se traduisent pas un impact qui peut être décrit par une discontinuité sur les vitesses du robot. Le modèle de robot s'écrit donc naturellement comme un système hybride (continu-discret).

L'intermittence des contacts est possible puisque que par nature le contact entre le robot et le sol est unilatéral (le sol empêche la pénétration du robot mais pas son décollement). Cette caractéristique primordiale est source de difficultés. En effet une large majorité des commandes proposées aujourd'hui s'appuie sur un enchaînement prédéfini des différents contacts (appui sur un pied à plat, appui sur deux pieds, impact, rotation autour d'un talon ...), et il est nécessaire d'assurer que le contact réel correspond bien au contact prévu. En particulier il est difficile d'assurer qu'un contact pied à plat sur le sol existe. Des critères utilisant le ZMP (Zero Moment Point) ont donc été définis dans ce but, ceci sera abordé en section 3. Les méthodes de commande basées sur la notion de ZMP, sont très largement utilisées sur les prototypes japonais. Un exemple d'utilisation sera présenté en section 5.1.

En dehors des spécificités dus au modèle des robots marcheurs, la tâche à accomplir est elle-même particulière. On pourrait considérer que la tâche consiste à faire suivre à un repère lié au robot (par exemple la tête) une consigne, mais ce n'est pas la position généralement adoptée car ceci ne permet pas de gérer facilement les problèmes d'équilibre. Se basant sur le fait que la marche humaine c'est "mettre un pied devant l'autre puis recommencer" la tâche de locomotion est traduite par la convergence vers un mouvement cyclique des différentes articulations qui induit un mouvement d'avance le long d'un chemin de la tête du robot. Comme le modèle du système à étudier est hybride (différents modèles selon les phases) et comme la tâche à réaliser est l'exécution d'un mouvement cyclique, l'étude de l'évolution du système dans le diagramme des phases et les analyses de stabilité à l'aide de l'application de Poincaré de premier retour sont des outils particulièrement adaptés. Ces outils seront présentés en section 4 et leur utilisation sera illustrée à travers deux applications la marche passive et la commande du robot Rabbit aux paragraphes 5.2 et 5.3.

2 La modélisation des robots marcheurs pour la commande

L'étude des robots marcheurs fait appel aux modèles dynamiques de ces robots. Les principales équations peuvent

être obtenues comme dans le cas des robots manipulateurs. Les principales différences qui existent entre un robot manipulateur et un robot marcheur pour la modélisation dynamique sont :

- les liaisons avec le sol sont intermittentes et unilatérales ;
- il existe différents modèles selon le type de contact avec le sol. A chaque modèle, des hypothèses sont associées (ex : non-glissement) et doivent être vérifiées ;
- il peut exister des impacts avec le sol ;
- le nombre de degrés de liberté peut être important.

2.1 Un modèle dynamique pour chaque phase du mouvement

Les robots marcheurs ayant des appuis sur le sol, il est nécessaire de définir un modèle de contact. Celui-ci peut s'écrire sous la forme d'équations de contraintes représentant un contact rigide entre le robot et le sol. Ces équations traduisent le fait que le pied en contact avec le sol ne bouge pas et que sa vitesse et son accélération sont nulles. Les forces de contact sont alors des inconnues supplémentaires. Une autre possibilité est de calculer directement les forces de contact à partir d'un modèle de déformation du sol. Le premier choix permet de réduire le nombre de variables de configuration indépendantes, il est très largement utilisé pour les modèles dédiés à la commande.

Un robot marcheur peut être vu comme une chaîne arborescente. Un des corps du robot (tronc, tête ou pied) sert de corps de référence, les articulations du robot permettent un positionnement relatif des corps les uns par rapport aux autres. Le nombre de variables de configuration est égal au nombre n d'articulations du robot plus $n_0 = 3$ ou 6 pour le corps de référence suivant qu'il évolue dans un plan ou dans l'espace. Le vecteur de configuration $\mathbf{x}$ regroupe l'ensemble de ces variables.

Le modèle dynamique s'écrit :

$$A_c(\mathbf{x})\ddot{\mathbf{x}} + C_c(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})\dot{\mathbf{x}} + G_c(\mathbf{x}) = D_c\Gamma + D_f(\mathbf{x})F \quad (1)$$

où $A_c(\mathbf{x})$ est la matrice d'inertie de dimension $((n+n_0) \times (n+n_0))$, $C_c(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})\dot{\mathbf{x}}$ correspond aux termes de Coriolis et centrifuge, $G_c(\mathbf{x})$ à l'effet de la gravité, Γ est le vecteur des couples moteurs, F est le vecteur des forces du réaction du sol sur le robot, D_c et D_f sont des matrices qui déterminent comment les couples et forces agissent sur le modèle dynamique.

Des efforts de réaction du sol ne sont appliqués que selon les directions pour lesquelles la vitesse du pied est nulle. Les contraintes cinématiques associées à ce modèle sont donc :

$$D_f(\mathbf{x})^t\dot{\mathbf{x}} = 0 \quad (2)$$

Soit n_f le rang de la matrice $D_f(\mathbf{x})$, les contraintes cinématiques peuvent être utilisées pour réduire la dimension du modèle dynamique. On note q un jeu de $n+n_0-n_f$ coordonnées indépendantes tel que l'équation (2) permette de définir $\dot{\mathbf{x}}$ pour $\dot{q}$ et $\mathbf{x}$ connus. Le modèle dynamique s'écrit alors quand les contraintes cinématiques (2) sont actives :

$$A(\mathbf{x})\ddot{q} + C(\mathbf{x}, \dot{q})\dot{q} + G(\mathbf{x}) = D\Gamma \quad (3)$$

où $A(\mathbf{x})$ est la matrice d'inertie de dimension $((n+n_0-n_f) \times (n+n_0-n_f))$. On note n_g le nombre d'articulations motorisées, la matrice D est de dimension $((n+n_0-n_f) \times n_g)$. Selon le type de contact avec le sol, la valeur de n_f change et les caractéristiques du système étudié sont modifiées.

- Si $n+n_0-n_f = n_g$, le système est dit complètement actionné, ce cas correspond généralement à un robot avec "1 pied à plat" ; Pour qu'une accélération désirée puisse être réaliser, elle doit être telle que les conditions liées au contact soit satisfaite
- Si $n+n_0-n_f < n_g$, le système est sous-actionné, toutes les accélérations désirées du robot ne peuvent pas être obtenues, ce cas correspond généralement à un contact ponctuel ou linéique en simple appui ;
- Si $n+n_0-n_f > n_g$, le système est redondant, plusieurs couples correspondent au même vecteur accélération du robot, ce cas correspond généralement à un robot avec des appuis multiples ; il y a redondance d'actionnement, il faut choisir une répartition des efforts de réactions et couples.

2.2 L'impact

Dans la marche, phases de support et de transfert des pattes alternent. Par conséquent, il faut tenir compte de la levée et du posé des pattes. La prise en compte des levées est immédiate : la force de contact est nulle. Les posés par contre nécessitent une modélisation spécifique, on considère un impact entre deux corps rigides. Les hypothèses suivantes sur l'impact [1, 2] sont considérées : l'impact se produit pendant une durée infinitésimale ; les forces extérieures engendrées lors de l'impact sont impulsionelles ; l'impact provoque des discontinuités au niveau des vitesses articulaires, cependant les coordonnées articulaires demeurent inchangées durant l'impact ; les commandes générées par les moteurs ne sont pas impulsionnelles. L'utilisation d'un modèle discontinu permet une écriture analytique des impacts. En intégrant le modèle dynamique complet pendant une durée qui tend vers zéro, les termes d'amplitude finie disparaissent et on a :

$$A_c(\mathbf{x})(\dot{\mathbf{x}}^+ - \dot{\mathbf{x}}^-) = D_f(\mathbf{x})I_F \quad (4)$$

La vitesse du robot après impact est notée $\dot{\mathbf{x}}^+$, la vitesse du robot avant impact est notée $\dot{\mathbf{x}}^-$, I_F est la force impulsionnelle de réaction du sol.

Ce modèle dynamique impulsionnel (4) du robot combiné à différentes hypothèses sur la nature de l'impact (coefficients de restitution des chocs et de frottement) déterminent les vitesses du robot après l'impact. L'hypothèse classiquement utilisée est que le pied qui arrive au sol a une vitesse normale nulle après l'impact. Lors d'un impact après une phase de simple appui, le pied qui était précédemment au sol peut rester au sol ou décoller et/ou glisser [3]. Ceci dépend de la configuration du robot et de la vitesse de ses différentes articulations. Ce point en très important car il détermine l'enchaînement des différentes phases d'un cycle de déplacement.

2.3 Système hybride

Une allure de marche peut se décomposer en une suite de phases de simple appui, d'impact, double appui. Selon le type d'allure pris en compte des phases de rotation autour d'une extrémité du pied peuvent être prises en compte. Deux exemples de marche sont schématisés sur la figure 1

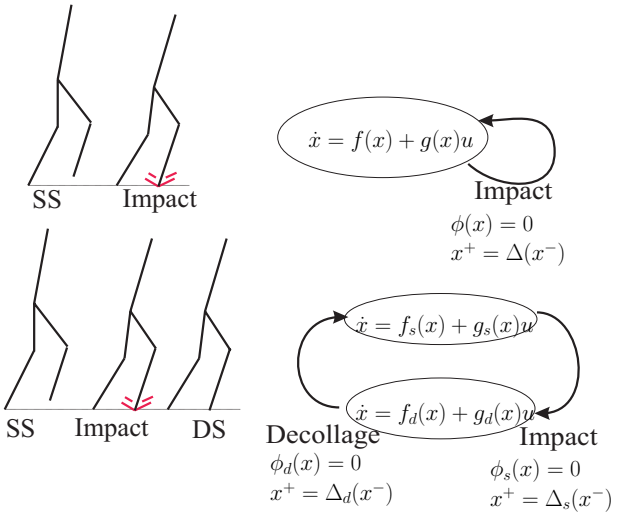

FIG. 1 – En simple appui, le modèle du robot est continu, quand la hauteur du pied libre égale la hauteur du sol ($\phi(x) = 0$), un impact est détecté, après une variation de la vitesse du robot on a une phase de simple appui sur l'autre pied ou une phase de double support. On quitte la phase de double appui par une décision de commande, en produisant une accélération verticale du pied pour qu'il quitte le sol

L'état du système est décrit par x et $\dot{x}$. Pour une marche composée de simple support et d'impact, le modèle complet du système est un modèle hybride :

$$\begin{array}{lll} \dot{x} = f(x) + g(x)u & si & x \notin S \\ x(t^+) = \Delta(x(t)) & si & x \in S \end{array} \tag{5}$$

où u est le vecteur des entrées de commande ; f, g et Δ sont des fonctions continues non linéaires qui se déduisent des équations (1), (2) et (4). La deuxième équation exprime un saut conditionnel instantané (discontinuité) sur les états du système qui se produit lorsque la trajectoire de l'état dont l'évolution, décrite par la première équation, heurte la surface de saut (ou de commutation) définie par $S := \{x|\Phi(x) = 0\}$ où Φ est une application continue. On prendra par exemple $\Phi(x) = \mathbf{y}_2(x)^2 + \max(0, \dot{\mathbf{y}}_2)$ où $\mathbf{y}_2$ est la hauteur du pied en transfert [4]. Cette fonction s'annule quand le pied en transfert arrive au sol, avec une vitesse verticale négative. Juste après l'impact, la vitesse verticale du pied libre est positive et cette fonction n'est pas nulle.

3 Les contraintes liées au contact avec le sol

3.1 Contact Pied-sol : Centre de Pression

Le sol (supposé horizontal) ne peut exercer sur les pieds en support du robot que des forces normales dirigées vers le haut et des forces tangentielles incluses dans le cône de frottement. On suppose que le contact entre le sol et les semelles en contact est composé d'une multitude de points de contact p_k où le sol exerce une force f_k. Ces forces sont réparties sur les semelles des pieds en support. L'ensemble de ces efforts de contact est équivalent à une force résultante R et un moment. Ce moment peut par exemple être calculé au centre O d'un repère lié au pied en contact et tel que les axes $\mathbf{x}$ et $\mathbf{y}$ définissent le plan du sol, l'axe $\mathbf{z}$ est vertical et dirigé vers le haut.
Par définition l'effort résultant est :

$$R = \sum_k f_k \tag{6}$$

Comme le sol ne peut pas empêcher le pied de décoller mais seulement de pénétrer dans le sol (on suppose un contact entre des corps rigides), chacune des forces f_k est dirigée vers le haut. La force résultante est donc dirigée vers le haut : $R_z \geq 0$.
Comme chacune des forces f_k est dans le cône de frottement, la force résultante est dans le cône de frottement $\sqrt{R_x^2 + R_y^2} \leq \mu_f R_z$.
Par définition, le moment résultant calculé en O est :

$$M_O = \sum_k \overrightarrow{Op_k} \wedge f_k \tag{7}$$

Les forces f_k sont appliquées aux points p_k qui appartiennent au plan $\mathbf{x}, \mathbf{y}$. Les forces tangentielles de frottement créent un moment M_{Oz} autour de l'axe $\mathbf{z}$, comme ceci est représenté sur la figure 2 [5]. Les forces normales f_{kz} créent des couples autour des axes $\mathbf{x}$ et $\mathbf{y}$. Ces forces sont dirigées vers le haut, on a donc pour tout k, $0 \leq f_{kz} \leq R_z$. Et de plus, les positions des points d'applications des forces sont limitées à la surface de contact entre les pieds et le sol, on a donc :

$$\begin{array}{ll} M_{Ox} = \sum_k p_{ky} f_{kz} & R_z L_{y_{min}} \leq M_{Ox} \leq R_z L_{y_{max}} \\ M_{Oy} = -\sum_k p_{kx} f_{kz} & -R_z L_{x_{max}} \leq M_{Oy} \leq -R_z L_{x_{min}} \end{array} \tag{8}$$

où $L_{x_{min}}, L_{x_{max}}, L_{y_{min}}, L_{y_{max}}$ définissent les limites de la surface de support. Ces termes sont présentés sur la figure 2 dans le cas d'un contact sur un pied rectangulaire.
Le centre de pression (CoP) noté C est le point contenu dans le plan du sol $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ tel que le moment en ce point est nul selon les axes $\mathbf{x}$ et $\mathbf{y}$. Le moment en C est lié au moment en O par :

$$M_C = M_O + \overrightarrow{CO} \wedge R \tag{9}$$

soit

$$\begin{array}{l} M_{Cx} = M_{Ox} - C_y R_z \\ M_{Cy} = M_{Oy} + C_x R_z \end{array} \tag{10}$$

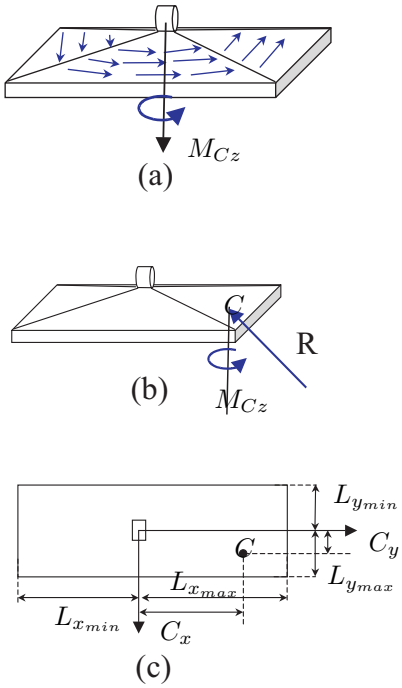

FIG. 2 – (a) Les forces dues au frottement créent un couple porté par l'axe $\overrightarrow{\mathbf{z}}$ s'opposant à la rotation du pied, (b) les efforts exercés par le sol sont équivalents à une force R appliquée en C et un moment M_{Cz}, (c) le point C (CoP) est sur la semelle du pied

Comme $M_{Cx} = M_{Cy} = 0$, on peut en déduire les coordonnées de C, on a

$$\begin{array}{ll} C_y = \frac{M_{Ox}}{R_z} & L_{y_{min}} \leq C_y \leq L_{y_{max}} \\ C_x = -\frac{M_{Oy}}{R_z} & L_{x_{min}} \leq C_x \leq L_{x_{max}} \end{array} \tag{11}$$

Une démarche similaire mais un peu plus fine permettrait de montrer que C appartient à la surface de support délimité par l'enveloppe convexe des zones de support dans le cas plus général correspondant à plusieurs pieds en support ou à un pied non rectangulaire.

3.2 Equilibre global du robot : Zero Moment Point

A partir de certaines hypothèses sur le contact pied-sol (par exemple le robot est en appui sur le pied gauche qui est à plat sur le sol), une loi de commande est établie. Par l'intermédiaire des couples articulaires, cette commande va produire une accélération articulaire et compte tenu des contacts on peut en déduire le vecteur des accélérations $\ddot{\mathbf{x}}$.
Une caractéristique de la locomotion à patte est l'utilisation des appuis sur le sol pour obtenir le comportement désiré du robot. Les efforts exercés par le sol sur le robot sont fondamentaux. Les efforts correspondants au comportement souhaité peuvent être déterminés à partir du modèle dynamique complet (1) ou à partir de l'équilibre global du robot [6]. En considérant globalement le robot, les efforts extérieurs sont la gravité et les forces de réaction du sol, (les couples moteurs n'interviennent pas). Dans un premier temps on considérera globalement l'action du sol sur le robot par un torseur résultant R, M_O. On obtient n_0 équations :

$$\begin{array}{c} m\overrightarrow{\gamma_G}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \ddot{\mathbf{x}}) = R - mg\overrightarrow{\mathbf{z}} \\ \delta_O(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \ddot{\mathbf{x}}) = M_O + m\overrightarrow{OG} \wedge -g\overrightarrow{\mathbf{z}} \end{array} \tag{12}$$

où m est la masse totale du robot, $-g\overrightarrow{\mathbf{z}}$ est le vecteur accélération de la gravité, G est le centre de gravité, γ_G l'accélération du point G, δ_O est le moment dynamique calculé au point O.
Le moment à exercer par le sol dépend du point où il est calculé, on appelle Zero Moment Point (ZMP) le point P du plan du sol tel qu'en ce point, l'équilibre est assuré alors que le sol exerce un moment dont les composantes en $\mathbf{x}$ et en $\mathbf{y}$ sont nulles.
A partir de l'équation (12) d'équilibre global et de l'équation de transport d'un moment (9) on en déduit :

$$\begin{array}{c} R = mg\overrightarrow{\mathbf{z}} + m\overrightarrow{\gamma_G} \\ \delta_O = M_P + \overrightarrow{OP} \wedge R + m\overrightarrow{OG} \wedge -g\overrightarrow{\mathbf{z}} \end{array} \tag{13}$$

L'équilibre en rotation autour des axes $\mathbf{x}$ et $\mathbf{y}$ donne :

$$\begin{array}{c} \delta_{Ox} = +m(g + \gamma_{Gz})P_y - mgG_y \\ \delta_{Oy} = -m(g + \gamma_{Gz})P_x + mgG_x \end{array} \tag{14}$$

Les coordonnées du ZMP sont donc :

$$P_y = \frac{\delta_{Ox} + mgG_y}{m(g+\gamma_{Gz})} \quad P_x = \frac{-\delta_{Oy} + mgG_x}{m(g+\gamma_{Gz})} \tag{15}$$

Si vitesse et accélération du robot sont nulles, alors γ_G et δ_O sont nuls, le ZMP et la projection du centre de gravité sont confondus : $P_x = G_x, P_y = G_y$.

3.3 Condition d'équilibre liée au ZMP

On a calculé au paragraphe 3.2, le torseur d'effort sol-pied correspondant à l'accélération $\ddot{\mathbf{x}}$ du robot. On a vu au paragraphe 3.1, les limites qui existent sur le torseur d'effort qui peut être exercé par le sol.
Or la position du ZMP a été calculée en s'appuyant sur des hypothèses de contact, mais ces contacts sont intermittents et unilatéraux, ces hypothèses peuvent ne pas être valides et on doit donc vérifier qu'elles sont bien satisfaites.
Deux cas peuvent se produire.
Si le calcul du torseur des efforts assurant l'équilibre global du robot (section 3.2) satisfait les limites définies en section 3.1, les hypothèses de contact sont valides, les accélérations $\ddot{\mathbf{x}}$ et les efforts sol/pied sont corrects, les points C (CoP) et P (ZMP) sont confondus.
Si le calcul du torseur des efforts exercé pour assurer l'équilibre global du robot (section 3.2) ne satisfait pas les limites définies en section 3.1, les hypothèses de contact ne sont pas valides. L'accélération réelle du robot ne sera pas $\ddot{\mathbf{x}}$ et les efforts sol/pied ne seront donc pas ceux calculés en section 3.2.
Si $R_z < 0$ [1], le robot décolle.

[1] on impose souvent $R_z > F_{min}$ pour assurer le non-décollement avec une certaine robustesse

Si $\sqrt{R_x^2 + R_y^2} > \mu_f R_z$ le robot glisse.
Si le ZMP n'est pas dans la surface de support (délimitée par l'enveloppe connexe contenant les surfaces de contact), l'équilibre en rotation n'est pas satisfait, on observera une rotation du robot autour d'une limite de la surface de contact. Comme l'accélération réelle du robot n'est pas l'accélération qui a servi à calculer la position du ZMP on peut dire que ce "ZMP" n'existe pas [5]. Mais la distance entre le point P ainsi calculé et la surface de support quantifie la différence entre l'accélération espérée du robot (en supposant certaines hypothèses de contact) et l'accélération réelle du robot, la position de ce point apporte donc une information. S'il est situé en dehors de la surface de contact, il est nommé le Fictitious Zero Moment Point [5], ou Foot-Rotation Indicator (FRI) [7].
Remarque 1 : Pour les robots marcheurs l'hypothèse courante est que les pieds ne glissent pas sur le sol, avec une hypothèse de glissement il faudrait vérifier que la résultante des efforts est à la frontière du cône de frottement.
Remarque 2 : Si l'effort résultant pied/sol est produit par un appui sur plusieurs pieds en contact avec le sol, il faut de plus assurer que le torseur des efforts associés à chaque pied satisfait aussi les hypothèses de contact (qui peuvent être établies d'une façon tout à fait similaire mais avec une surface de contact limitée à la surface d'un pied). Cette répartition des torseurs de contact ne peut plus être déterminée avec l'équilibre global du robot, le modèle dynamique complet (1) doit être utilisé. Une même accélération $\ddot{\mathbf{x}}$ du robot peut être obtenue avec plusieurs répartition des torseurs de contact, selon les couples articulaires Γ appliqué [6].
Remarque 3 : Si l'accélération et la vitesse du robot sont nulles, on a noté que projection du centre de gravité et ZMP sont confondus. Pour les robots marcheurs à allures statiquement stables, la condition de stabilité (au sens d'un équilibre stable) est que la projection du centre de gravité doit être à l'intérieur de la surface de support [8]. Quand les effets dynamiques ne peuvent pas être négligés, il est cohérent de remplacer cette notion de stabilité par "le ZMP doit être à l'intérieur de la surface de support". Mais ceci n'est pas une condition de "stabilité" c'est une condition de validité des hypothèses faites sur le type de contact entre le robot et le sol. C'est donc une condition qui doit être vérifiée en priorité (avant toute notion de stabilité) sinon le modèle de comportement du robot n'est pas valide.
Remarque 4 : Pour un déplacement lent du robot les contraintes sur la position de ZMP seront souvent actives alors que les contraintes correspondant au non-glissement, non-décollement ne seront pas actives. Si les déplacements du robot sont rapides, les contraintes de non-décollement, non-glissement et non-rotation du pied peuvent intervenir et il est judicieux de les traiter de manière homogène.
Remarque 5 : Ce type d'analyse n'est mené que dans le cas où on suppose qu'il y a non rotation des pieds qui sont en phase de support, si une hypothèse de rotation autour d'un bord du pied est faite, on connaît la position du ZMP (au moins selon une direction) et l'équation d'équilibre correspondant (14) permet de déterminer l'accélération en rotation du pied dans la direction où la rotation est libre.
Remarque 6 : Ce type d'analyse suppose que l'ensemble des zones de contact pied-sol soit dans un plan unique, ce qui n'est pas le cas par exemple pour les phases de double appui d'un bipède montant des escaliers, ou en cas de manipulation d'objet [9].

4 Analyse de stabilité : convergence vers un mouvement cyclique

L'objectif d'une commande pour la marche ou la course d'un robot marcheur sur sol plat est généralement d'obtenir un mouvement cyclique. Ces cycles sont constitués de phases de simple appui et d'impact pour la marche, une phase de vol est ajoutée pour la course. Pour atteindre cet objectif il n'est a priori ni nécessaire ni suffisant que la commande proposée soit stable sur chacune des phases prise indépendamment, seule la convergence vers un cycle limite est recherchée.
La description du comportement d'un système dynamique non linéaire dans le plan de phase est un outil graphique d'analyse [10] bien utile dans ce contexte. Partant de conditions initiales données, le mouvement du robot est tracé dans un plan de phase, les particularités des courbes obtenues sont alors étudiées. Pour les robots marcheurs, le nombre d'états étant supérieur à 2, on projettera le mouvement dans un plan de phase par articulation : la vitesse articulaire est représentée en fonction de la position. Le mouvement du robot correspond à l'enchaînement des différentes phases (figure 3). Un mouvement cyclique se traduira par une boucle fermée sur chacun des plans de phases.
Si ce cycle fermé est isolé, c'est un cycle limite. qui peut être stable, instable ou semi-stable. Des mouvements commencés à proximité de ce cycle limite convergeront ou non vers le cycle limite. Une technique classique pour analyser la stabilité des systèmes dynamiques a été développée par Henry Poincaré. Une hyper-surface de dimension n-1 transverse au cycle limite est définie, et on observe l'intersection du flot avec cette hyper-surface créant ainsi un système discret nommé "application de Poincaré de premier retour" [11]. Dans le cas des robots marcheurs, la section de Poincaré choisie est généralement définie par le contact de la jambe libre du robot avec le sol [12], [13]. Entre 2 contacts, indicés k et $k+1$, les états X décrivant l'intersection du flot et de la section de Poincaré sont reliés par :

$$X_{k+1} = P(X_k) \tag{16}$$

Un mouvement cyclique se traduit par un point fixe X^* pour l'application de Poincaré : $X^* = P(X^*)$. Si l'intersection du flot et de la section de Poincaré peut être définie par un scalaire p, un outil graphique existe aussi pour visualiser de la convergence du mouvement du robot vers le

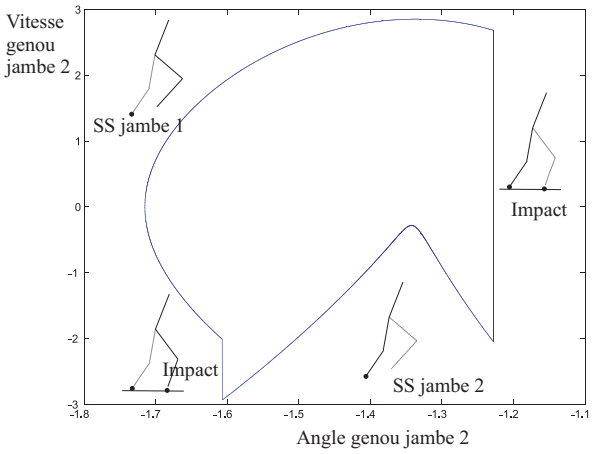

FIG. 3 – Un mouvement cyclique du robot correspond à un cycle fermé pour chaque projection du mouvement dans les plans de phase d'une variable de configuration. Les phases d'impact sont représentées par des traits verticaux correspondant à une variation de vitesse articulaire sans variation de position.

cycle limite. On trace $p(k+1)$ en fonction de $p(k)$. Le point fixe correspond à l'intersection de ce graphe avec la bissectrice. La position du graphe par rapport à cette bissectrice indique si on a convergence ou non vers le point fixe (figure 4).
La convergence vers le cycle limité est liée à la convergence de la fonction P qui peut aussi être étudiée par la linéarisation de l'équation (16). On a :

$$X_{k+1} - X^* = J_P(X^*)(X_k - X^*) \tag{17}$$

où $J_P(X^*)$ est la Jacobienne en X^* de l'application $P(X)$. Si les valeurs propres de $J_P(X^*)$ sont à l'intérieur du cercle unité, le cycle limite est stable au sens de Lyapunov. Dans [14] il est montré que ces résultats peuvent être appliqués pour des systèmes autonomes continus mais pas continus dans le sens de Lipchitz en présence d'impact. Dans le cas des robots marcheurs la dimension de l'état est souvent importante, le calcul analytique de $J_P(X^*)$ est généralement impossible et le test de stabilité est fait numériquement. L'inconvénient d'une méthode numérique est que l'information obtenue est pauvre, le cycle de marche est stable ou non stable mais ceci n'apporte pas d'information sur les raisons pour lesquelles cette réponse est obtenue. C'est pourquoi il est utile de pouvoir réduire la dimension de l'espace dans lequel l'application de Poincaré est étudiée. Dans le cas d'utilisation d'une commande assurant une convergence en temps fini avec un temps de convergence inférieur à la durée d'un pas, l'application de Poincaré peut être définie dans un espace de dimension réduite. Une première approche de cette stratégie de commande a été proposée dans [14]. Durant chaque pas de marche, la commande assure que les sorties choisies s'annulent avant la phase d'impact. Lors de l'intersection du flot et de la section de Poincaré, l'état du robot évolue sur la dynamique de

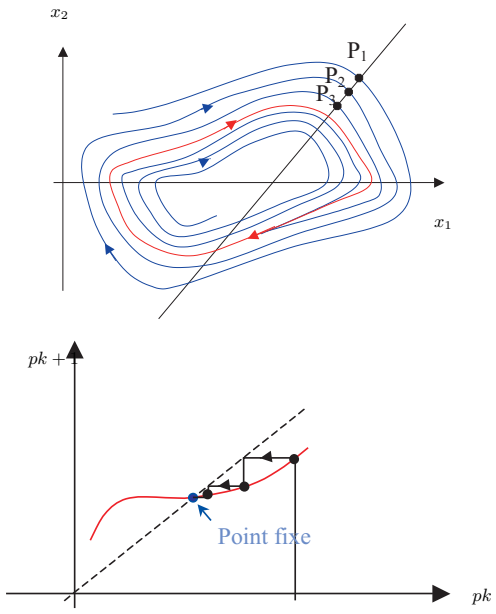

FIG. 4 – Pour un système décrit par 2 variables d'état, les intersections successives du flot avec la section de Poincaré (de dimension 1) sont décrites par une suite de Points P_k ou de scalaires p_k. On représente p_{k+1} en fonction de p_k, un point fixe correspond à l'intersection avec la bissectrice. Un cycle est stable si la pente au point fixe est inférieure à 45°. Les flèches illustrent la convergence vers le point fixe.

zéro. A partir du deuxième pas, l'application de Poincaré relie un état du robot qui se trouve dans l'intersection de la dynamique de zéro et de la section de Poincaré au pas k à un autre état au pas $k+1$ qui se trouve aussi dans l'intersection de la dynamique de zéro et de la section de Poincaré. La stabilité est étudiée à partir du 2ème pas grâce à cette application de dimension réduite (dimension : 1). Si la dynamique de zéro est invariante par le modèle d'impact, l'étude peut se limiter à l'étude du comportement du robot sur cette dynamique.

5 Des exemples d'utilisation de ces outils

Après avoir présenté rapidement quelques outils utilisés pour la commande des robots marcheurs, nous verrons dans cette partie comment ces outils peuvent être utilisés. Pour ceci nous allons explorer différentes approches. Nous aborderons dans un premier temps : l'utilisation du ZMP dans la commande car cette approche est très largement utilisée pour les robots humanoïdes japonais très performants comme les robots Honda [15]. Dans un deuxième paragraphe nous parlerons de la marche passive, cette approche introduite par Mac Geer dans les années 90, [16] est actuellement très largement reprise. C'est ce type de méthode, basée sur un placement sur une pente de mécanisme non actionné, qui a été l'occasion des premières études théoriques de stabilité (au sens de l'automatique) et elle est

prometteuse de la recherche de mouvement energétiquement économique [17]. Nous verrons dans une troisième partie comment les outils de commande peuvent être combiner pour obtenir des conditions explicites de stabilité qui peuvent apporter une certaine compréhension des principes de la marche dans le cas du robot Rabbit [18]

5.1 Utilisation du ZMP

Comme nous l'avons vu précédemment, le critère du ZMP est un critère "vital" qui doit être satisfait pour que les contacts pied-sol soient bien les contacts prévus. Si le critère n'est pas satisfait, on aura une rotation inattendue du robot autour d'une des limites de la surface de contact pied-sol. Eviter une chute du robot dans un tel contexte devient difficile. Deux applications principales sont visées : la génération de mouvement et la commande.

Génération de mouvements de consigne. Deux approches sont possibles : l'évolution du ZMP est imposée, les limites sur l'évolution du ZMP sont utilisées comme des contraintes.
Pour les robots humanoïdes (avec tronc articulé et bras), la définition des trajectoires de consigne peut s'appuyer sur des évolutions choisies des pieds, des mains et du ZMP. La résolution de ce problème fait alors intervenir les modèles géométriques, cinématiques et dynamiques. Cette résolution peut être itérative et utiliser des modèles dynamiques simplifiés. Elle utilise des décompositions en série de Fourrier [19] ou des systèmes discrets [20], [21].
Les méthodes de recherche de trajectoires optimales (en énergie) inclut généralement des contraintes traduisant les limites sur l'évolution du ZMP [3].
L'introduction de marge sur l'évolution du ZMP (il reste "loin" des limites de la zone de support) permet d'obtenir une certaine robustesse qui conduira à un comportant correct du robot lors des expérimentations.

Commande : exemple du robot Honda. [15]
La position réelle du CoP est mesurée par l'intermédiaire de plusieurs capteurs d'efforts répartis sur le pied.
Des consignes articulaires temporelles sont définies à partir d'un type de marche souhaité qui se traduit par des situations (positions/orientations) désirées pour les pieds, le tronc et les bras sont considérés globalement (figure 5). Une accélération horizontale de G (CoG) est recherchée (figure 5). La position désirée du ZMP correspond à un moment dynamique nul autour de G du robot (équation (15)).
Si le robot marche dans des conditions idéales alors C (CoP) doit coïncidé avec P^d (le ZMP désiré). En réalité le terrain est souvent irrégulier et C peut différer de P^d alors un moment de basculement apparaît, celui-ci est évalué par l'équation suivante :

$$M_b = (P_x^d - C_x)R_z^d \tag{18}$$

Cette équation sera la base de deux actions : la correction de la position de C pour réduire le moment de basculement, la modification de la position de P^d pour créer un moment de basculement qui peut permettre d'éviter la chute du robot.

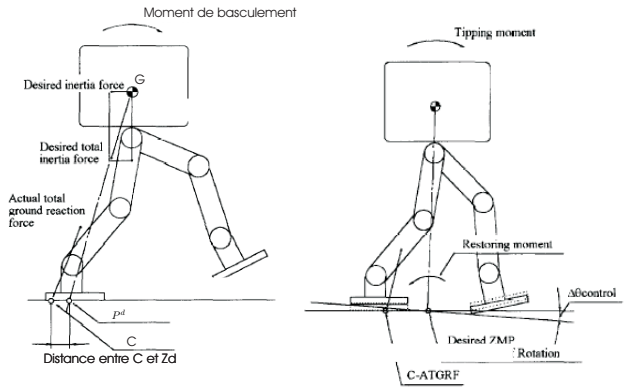

FIG. 5 – Les consignes choisies correspondent à un moment dynamique nul autour de G. La position désirée du ZMP est donc telle que le vecteur reliant P^d et G soit dirigé selon la direction de la force de réaction du sol. La mesure des forces de contact sur le pied par des capteurs d'effort permet de définir la position réelle du centre de pression C. Si P^d et C ne sont pas confondus, une modification de l'orientation des pieds est mise en place pour modifier le contact pied-sol et ramener le C sur P^d (le contact n'est pas parfaitement rigide) [15].

L'intégration de ces actions dans la loi de commande du robot est présentée sur la figure 6.
En cas de détection d'un écart entre C et P^d, la position des pieds est ajustée pour ramener C sur P^d et éviter la création d'un mouvement de basculement intempestif. Par exemple si, en simple appui, le corps du robot bascule vers l'avant, le robot baisse l'avant de son pied pour que les efforts exercés par le sol sur les orteils soient plus élevés et ainsi ramener le centre de pression vers l'avant et annuler le couple de basculement. En double support une rotation des pieds autour de P^d est recherchée (voir figure 5).
Si le tronc du robot est trop incliné vers l'avant, une chute est possible même en l'absence de couple de basculement vers l'avant, il faut donc créer un couple de basculement vers l'arrière pour que l'inclinaison du tronc redevienne correcte. La position de P^d sera décalée vers l'arrière, et la première action maintiendra C sur la valeur initiale de P^d. Progressivement l'inclinaison du tronc reviendra à des valeurs correctes. Comme l'asservissement est articulaire, la position du pied libre est asservie relativement au tronc, en cas d'inclinaison vers l'avant, le robot touchera le sol avec une configuration non désirée, la trajectoire relative du pied en transfert par rapport au tronc est donc modifiée en accord avec la modification en ligne de P^d.

5.2 La marche passive

Des bipèdes descendant de faible pente sont apparus comme jouets au début du 20ème siècle. Leurs jambes

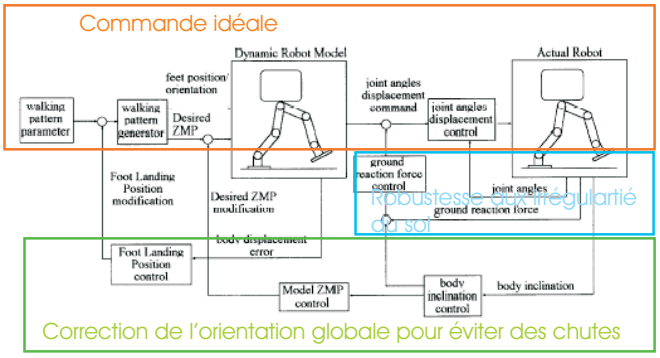

FIG. 6 – La commande mise en place sur le robot Honda : l'algorithme de commande utilise des consignes générées à partir d'une évolution désirée des pieds et du ZMP et d'un asservissement articulaire. Une première correction est apportée pour assurer un bon contact pied-sol. Si l'inclinaison du tronc atteint certaines limites, l'évolution désirée du ZMP est modifiée, et la pose du pied libre peut aussi être modifiée [15].

sont droites et il bascule latéralement pour permettre aux pieds de décoller du sol. L'analyse du comportement de tel système purement passif est beaucoup plus récente [16]. Un intérêt de tel dispositif est leur faible consommation d'énergie. L'énergie apportée au système vient de la variation d'énergie potentielle liée à la pente. Elle compense l'énergie perdue lors de l'impact. Les robots passifs descendant une pente sont pour les robots marcheurs, ce que les planeurs sont pour les avions.

L'étude a commencé par des robots contraint à un déplacement dans le plan sagittal [16] puis a évolué vers des robots évoluant dans l'espace avec par exemple le robot présenté sur la figure 7a[22]. Ce robot présente les caractéristiques suivantes : la forme des pieds a été spécialement conçue pour favoriser la stabilité dans le plan frontal, des amortisseurs dans les pieds réduisent l'effet des impacts, les bras jouent un rôle important pour la stabilité latérale, pour limiter le roulis, et pour le changement de jambe d'appui.

Pour un robot avec un torse il n'est pas possible d'obtenir une marche cyclique passive avec un tronc érigé, il est alors possible d'étendre cette approche à des allures semi-passive, des couples permettant alors d'asservir un angle relatif cuisse-tronc les autres articulations étant passives [23]. Dans le cas de genoux sans butées pour éviter les contre-flexions l'approche semi-passive peut aussi être utile.

La recherche de mouvements passifs cycliques peut être expérimentale, elle peut aussi s'appuyer sur le modèle du robot. Le principe est le suivant, à partir d'une condition initiale appropriée (configuration et vitesse articulaire) on observe un mouvement cyclique du robot sans couple articulaire sur une pente. La perte d'énergie cinétique lors de l'impact compense exactement la variation d'énergie potentielle due à la pente. La recherche des conditions ini-

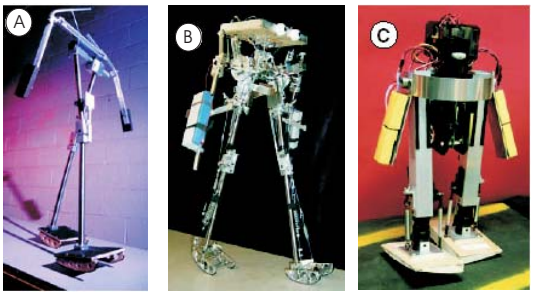

FIG. 7 – A) Le robot bipède passif Cornell, ce robot avec genou et bras est probablement un des robots passifs ressemblant le plus à un humain. B) Le robot bipède actif Cornell s'inspirant du robot passif peut se déplacer sur sol plat en consommant une énergie très réduite (son efficacité énergétique est comparable à celle d'un humain) C) Le bipède du MIT apprend à marcher, ses mouvements sont inspirés par la marche passive.[17]

tiales conduisant à un mouvement passif est réalisée numériquement à partir d'un modèle dynamique linéarisé ou non. Après un pas on doit retrouver l'état initial du robot. Dans le cas d'une linéarisation du modèle dynamique, on suppose de plus la durée du pas connu, le système hybride linéarisé devient :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax \qquad\qquad si \quad t < T \\ x(T^+) &= \Delta x(T^-) \end{aligned} \tag{19}$$

Par intégration l'état après un pas est $x(T^+) = \Delta e^{AT} x(T^+)$. Il existe un mouvement cyclique si la matrice Δe^{AT} a une valeur propre unitaire, les conditions initiales correspondantes sont déterminées par le vecteur propre associé. Le cycle périodique sera attractif si les autres valeurs propres sont inférieures à 1. Si les conditions initiales ne sont pas exactement sur le cycle on convergera vers le cycle.

On peut éviter l'utilisation d'un modèle linéarisé en utilisant la section de Poincaré et les outils présentés en section 4. L'évolution du système se calcule après du modèle hybride (5) avec $u = 0$. En général la section de Poincaré sélectionne l'état du robot juste avant l'impact (on a alors $\phi(x) = 0$). L'état correspondant au mouvement cyclique est le point fixe de l'application de Poincaré. Les valeurs propres de J_P permettent de savoir si le cycle est attractif.

Les intérêts principaux de ces mouvements passifs sont :

- La génération "automatique" de cycle articulaire correspondant à un déplacement du robot, ces mouvements sont visuellement proche de démarche humaine.
- Sur pente ces mouvements son énergétiquement efficaces, puisque les couples sont nuls. La morphologie des robots est "adaptés" pour que de tels mouvements existent, pas de tronc érigé, forme des pieds ...
- Des commandes peuvent être développées pour en s'inspirant de ces allures obtenir des mouvements non-passifs sur sol plat. Pour des robots de type compas, des commandes basées sur l'énergie du système

conviennent [24]. Pour des robots complètement actionné, les couples articulaires peuvent compenser l'effet de la gravité [25].

5.3 La marche de Rabbit

Le robot Rabbit est un robot bipède plan qui a été conçu pour étudier l'effet de phase de déséquilibre dans la marche. Dans ce but le contact entre le sol et le robot est ponctuel et passif.
L'originalité de l'approche consiste à proposer un suivi articulaire de chemin et non de mouvement, l'enchaînement des postures est imposé par l'intermédiaire de contraintes virtuelles mais pas l'évolution temporelle. On a vu au paragraphe 4, qu'un mouvement cyclique se traduit par une orbite. En cas de perturbation, il est probablement plus important de chercher à se rapprocher de cette orbite que de "rattraper le temps perdu".
Deux stratégies permettre d'atteindre cet objectif. Soit les consignes sont exprimées comme des fonctions de la configuration courante du robot (plus précisément d'un angle permettant de décrire l'orientation absolue du robot et ayant une évolution monotone au cours d'un pas) [14], [26]. Soit les consignes sont exprimées à l'aide d'un temps virtuel dont l'évolution est calculée pour satisfaire les équations de la dynamique [27].
Dans les deux cas, il est possible de proposer des lois de commande permettant d'assurer une convergence des variables articulaires vers leurs consignes en un temps fini. Si les consignes sont choisies de façon à prendre en compte la phase d'impact, après un temps fini (correspondant au temps de réponse de la commande) on assure un suivi de consigne parfait, on a $q = q^d(s)$ où $q^d(s)$ représente les consignes exprimées en fonction d'une variable d'état s. On peut étudier le comportement du robot à partir de la dynamique de zéro hybride. Un mouvement cyclique est défini par une évolution cyclique $s(t)$. Avec la commande, la dynamique du système est définie par l'équilibre global du robot en rotation. L'évolution du robot étant planaire, l'équilibre autour du point de contact donne :

$$\delta_y(s, \dot{s}, \ddot{s}) = mg\mathbf{x}_G(s) \tag{20}$$

Les consignes étant "géométrique" et la condition d'impact étant géométrique, les conditions de début et de fin de pas correspondent à une valeur constante de s, on choisit $s = 0$ et $s = 1$ par normalisation.
A partir des conditions initiales pour un simple support k, $s(0) = 0$, $\dot{s}(0) = \dot{s}_{ik}$ l'équation (20) permet d'obtenir l'évolution $s(t)$ (et donc $q(t)$). A $s = 1$, l'impact se produit, et la valeur $\dot{s}_{ik+1}$ peut être déterminer.
Le système à étudier étant de faible dimension (2 variables d'état s, $\dot{s}$) les outils présentés en section 4 sont particulièrement adaptés. L'analyse peut être faite numériquement [14], elle peut aussi être menée analytiquement [27], un changement de variable faisant intervenir l'énergie d'un pendule équivalent permet d'obtenir une application de Poincaré de premier retour affine. Des conditions simples sur les consignes de référence pour avoir convergence vers un mouvement cyclique de marche ont alors été obtenues pour le robot Rabbit. La position relative du centre de gravité par rapport au point de contact est prépondérante pour la stabilité de la commande et pour la vitesse d'avance du robot.

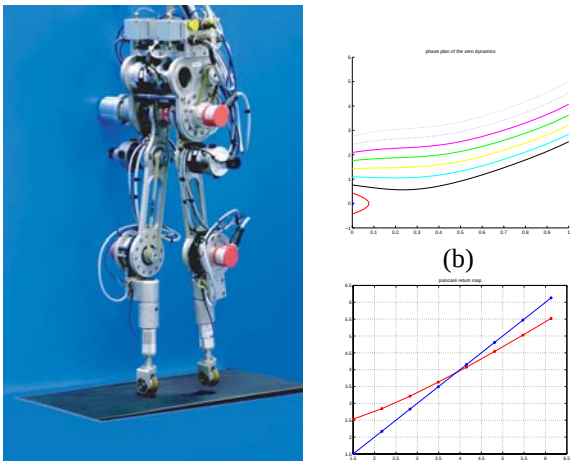

FIG. 8 – (a) Le robot Rabbit. (b) Représentation dans le plan de phase (s,$\dot{s}$) de l'évolution du robot avec la commande pour un simple support. Avec une vitesse trop faible, le robot retombe en arrière, le pas ne s'effectue pas. (d) Application de Poincaré typique : on utilise la valeur de $\dot{s}$ en fin de simple appui pour caractériser un simple support, le point fixe définit la marche cyclique.

Cette approche a aussi été étendue pour la course [28].
Les travaux menés sur Rabbit peuvent être très naturellement étendus aux cas d'un robot avec pied si l'on suppose que l'évolution du ZMP est imposée (en fonction de s). L'équation traduisant le sous-actionnement est modifiée pour tenir compte du déplacement du ZMP, il était fixe en simple appui dans le cas de Rabbit. L'évolution des variables articulaires et du ZMP sont des fonctions imposées de s, l'évolution temporelle de s en est déduite, des conditions d'existence d'un mouvement cycliques stables sont déduites. Cette approche peut être utilisée aussi bien pour la génération de trajectoire que pour la commande [29].

6 Conclusion

Il y a bien sûr d'autres approches de commande non citées ici puisqu'elle ne repose pas sur l'utilisons des outils spécifiques que j'avais choisi d'aborder. En particulier, on peut citer les approches basées sur une commande "intuitive" comme [30] ou les approches basées sur l'utilisation de réseaux de neurones pour élaborer les consignes ou les lois de commandes et permettre ainsi un apprentissage du robot [31], la commande prédictive pour pouvoir générer des mouvements du robot sans utiliser de trajectoires de référence mais seulement des contraintes (avance du centre de masse du robot, position érigée du tronc ...) [32].

Références

[1] Y. Hurmuzlu and D.B. Marghitu. Rigid body collisions of planar kinematic chains with multiple contact points. *Int. J. Rob. Research*, 13(1) :82–92, 1994.

[2] P. Orhant. *Contribution à la manipulation Fine. Etude de la phase d'impact*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1994.

[3] S. Miossec. *Contribution à la marche d'un bipède*. PhD thesis, Université de Nantes, Ecole Centrale de Nantes, 2004.

[4] A. Chemori. *Quelques contributions à la commande non linéaire des robots marcheurs bipèdes sous-actionnés*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2005.

[5] M. Vukobratovic and B. Borovac. Zero moment point -thirty five years of its live. *Int. Journal of Humanoid Robotics*, 1(1) :157–173, 2004.

[6] B. Perrin. *Modélisation et commande d'un robot quadrupède pour une allure dynamiquement stable*. PhD thesis, Université de Nantes, Ecole Centrale de Nantes, 1999.

[7] A. Goswami. Postural stability of biped robots and the foot rotation indicator (fri) point. *Int. J. Rob. Research*, 18(6), 1999.

[8] K.J. Waldron. Force and motion management in legged locomotion. *IEEE Journal of Robotics and Automation*, 2(4) :214–220, 1986.

[9] K. Harada, S. Kajita, K. Kaneko, and H. Hirukawa. Pushing manipulation by humanoid considering two-kinds of zmps. In *ICRA*, 2003.

[10] J-J. Slotine and W. Li. *Applied nonlinear control*. Prentice Hill, 1991.

[11] J. Guckenheimer and P. Holmes. *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields*. Springer-Verlag, 1985.

[12] A. Goswami, B. Espiau, and A. Keramane. Limit cycles in a passive compass gait biped and passivity-mimicking control laws. *Autonomous Robots*, 4(3) :273–286, 1997.

[13] Y. Hurmuzlu and C. Bastogan. On the measurement of dynamic stability of human locomotion. *Journal of Biomechanical Engineering*, 1994.

[14] J.W. Grizzle, G. Abba, and F. Plestan. Asymptotically stable walking for biped robots : Analysis via systems with impulse effects. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 46 :51–64, 2001.

[15] K. Hirai, M. Hirose, Y. Haikawa, and T. Takenaka. The development of honda humanoîd robot. In *ICRA*, pages 1321–1326, Leuven, Belgium, 1998.

[16] T Mac Geer. Passive dynamic walking. *Int. J. Rob. Research*, 9(2) :62–82, 1990.

[17] S. Collins, A. Ruina, R. Tedrake, and M. Wisse. Efficient bipedal robots based on passive-dynamic walkers. *Science Magazine*, 307(19) :1082–1085, 2005.

[18] C. Chevallereau, G. Abba, Y. Aoustin, F. Plestan, E.R. Westervelt, C. Canudas-de Wit, and J.W. Grizzle. Rabbit : A testbed for advanced control theory. *IEEE Control Systems Magazine*, 23(5) :57–79, 2003.

[19] J. Yamagucchi, E. Soga, S. Inoue, and A. Takanishi. Development of a bipedal humanoid robot - control method of whole body cooperative dynamic biped walking. In *ICRA*, 1999.

[20] S. Kagami, K. Nishiwaki, T. Kitagawa, T. Sugihiara, M. Inaba, and H. Inoue. A fast generation method of a dynamically stable humanoîd robot trajectory with enhanced zmp constraint. In *IEEE Int. Conf. on Humanoîd Robotics*, 2000.

[21] S. Kajita, F. Kanehiro, K. Kaneko, K. Fujiwara, K. Harada, K. Yokoi, and H. Hirukawa. Biped walking pattern generation by using preview control of zero-moment point. In *ICRA*, 2003.

[22] S. H. Collins, M. Wisse, and A. Ruina. A three-dimensional passive-dynamic walking robot with two legs and knees. *Int. J. Rob. Research*, 20(7) :607–615, 2001.

[23] N. Khraief, N.K. M'Sirdi, and Spong M.W. An almost passive walking of a kneeless biped robot with torso. In *ECC*, 2003.

[24] B. Espiau and A. Goswami. Compass gait revisited. In *SYROCO*, pages 839–846, 1994.

[25] M.W. Spong and F. Bullo. Controlled symmetries and passive walking. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003.

[26] Aoustin Y. and Formal'sky A. Control design for a biped : Reference trajectory based on driven angles as functions of the undriven angle. *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 42(4), 2003.

[27] C. Chevallereau, A. Formal'sky, and D. Djoudi. Tracking of a joint path for the walking of an underactuated biped. *Robotica*, 22 :15–28, 2004.

[28] C. Chevallereau, E.R. Westervelt, and J.W. Grizzle. Asymptotically stable running for a five-link, four-actuator, planar bipedal robot. *Int. J. Rob. Research*, 2005.

[29] D. Djoudi and C. Chevallereau. Stability analysis of a walk of a biped with control of the zmp. In *IROS*, 2005.

[30] J. Pratt and G. Pratt. Intuitive control of a planar bipedal walking robot. In *ICRA*, pages 2014–2021, 1998.

[31] R. Tedrake, T.W. Zhang, and H.S. Seug. Stochastic policy gradient reinforcement learning on a simple 3d biped. In *IROS*, pages 2849–2854, 2004.

[32] C. Azevedo and P. Poignet. Commande prédictive pour la marche d'un robot bipède sous-actionné. In *CIFA*, 2002.